

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, 13 Februarie 2010

Clasa a VIII- a

Problema 1. Să se determine cel mai mic număr natural n astfel încât $\frac{1}{n} < \frac{13 - \sqrt{139}}{3}$.

Problema 2. Fie triunghiul echilateral ABC și S un punct exterior planului (ABC) astfel încât $[SA] \equiv [SB] \equiv [SC]$. Dacă M este mijlocul lui $[BC]$ și măsura unghiului format de dreptele AC și SM este de 60° , demonstrați că $SA \perp SM$.

G.M.B. nr.11/ 2008

Problema 3. Fie $a, b, c \in \mathbb{Z}$, astfel încât $a \neq b + c$ și $a^3 = b^3 + c^3$. Să se arate că $\frac{bc(b+c)}{b+c-a} \in \mathbb{Z}$.

Problema 4. Pe perpendiculara în punctul A pe planul triunghiului ABC se consideră punctele distincte P_1 și P_2 . Fie M_1 și M_2 picioarele perpendicularelor din P_1 și P_2 pe planele (P_2BC) și (P_1BC) , respectiv. Să se arate că dreptele P_1M_1 și P_2M_2 se intersectează într-un punct aflat în planul (ABC) .

Notă:

Timp de lucru : 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect va fi notat cu puncte între 1 și 10.